Analyse de données
TD 1

L3 MIASHS

Exercice 1 (Matrice de covariance)
Montrer que $V = \frac{1}{n} X^T X - G\, G^T$, *soit* $V_{jk} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i^j\, X_i^k - \bar{X}^j\, \bar{X}^k$.

Exercice 2 (Relation de Huyghens)
Démontrer la relation de Huyghens :

$$\forall a \in \mathbb{R}^p,\ \ \mathcal{I}_a = \mathcal{I} + \parallel a - G \parallel^2 .$$

Exercice 3 (Tableau de données)
On considère les notes (comprises entre 0 *et* 20*) obtenues par* 3 *élèves dans* 4 *matières (maths, physique, français et anglais). On arondira les résultats au dixième.*

Elève	*Maths*	*Physique*	*Français*	*Anglais*
Louise	*6*	*6*	*5*	*5.5*
Lenny	*14.5*	*14.5*	*15.5*	*15*
Sophie	*13*	*12.5*	*8.5*	*9.5*

1. *Qui sont les individus ? Quelles sont les variables ?*
2. *Calculer le centre de gravité* G *du tableau de données.*
3. *Calculer le tableau centré* Y *associé.*
4. *Calculer la matrice de covariance du tableau initial. Que représente cette matrice ?*
5. *Quelle est l'inertie du nuage ? Donner une interprétation statistique.*

Exercice 4 *On mesure sur n individus 3 variables quantitatives* x^1, x^2, x^3*. On obtient pour matrice de covariance des observations la matrice*

$$V = \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ d & a & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix},\ \text{où } a, b, c, d \in \mathbb{R}.$$

1. *Donner les conditions sur* a, b, c *et* d *pour que la matrice* V *puisse être une matrice de covariance. On supposera ces conditions vérifiées.*
2. *Interpréter les valeurs nulles de la matrice* V*.*
3. *Quelle est l'inertie totale du nuage des* n *points ?*